

# فرایندهای تصادفی

(ویژه‌ی دانشجویان تحصیلات تکمیلی)

تألیف: دکتر رامین کاظمی

گروه آمار، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی

سرشناسه	: کاظمی، رامین، ۱۳۵۷ -
عنوان و نام پدیدآور	: فرایندهای تصادفی (ویژه‌ی دانشجویان تحصیلات تکمیلی)/ تألیف رامین کاظمی؛ ویراستار علمی فرزانه صفوی‌منش.
مشخصات نشر	: قزوین: دانشگاه بین‌المللی امام خمینی، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۲۲۵ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: 978-600-5024-58-6
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: واژه نامه.
یادداشت	: کتابنامه.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: فراگردهای احتمالی
موضوع	: Stochastic processes
موضوع	: فراگردهای احتمالی -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: (Stochastic processes -- Study and teaching (Higher
شناسه افزوده	: صفوی‌منش، فرزانه، ۱۳۶۲، - ویراستار
شناسه افزوده	: دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۶ قف۲/۴/۳۷۴ QA
رده بندی دیویی	: ۵۱۹/۲۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۰۰۰۹۷۵

عنوان : فرایندهای تصادفی (ویژه‌ی دانشجویان تحصیلات تکمیلی)

مؤلف : رامین کاظمی

ویراستار علمی : فرزانه صفوی‌منش

ناظر فنی : حمید کلهر

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۵۰۲۴-۵۸-۶

نوبت چاپ : نخست ۱۳۹۶

قیمت : ۱۶۰۰۰ تومان

شمارگان : ۵۰۰ جلد

ناشر : انتشارات دانشگاه بین‌المللی امام خمینی «ره»

قزوین، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، تلفن ۳۳۹۰۱۴۲۶ - ۰۲۸

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است.

مسئولیت حقوقی و قانونی محتوای کتاب بر عهده مؤلف است

تقدیم به همسر مهربان

و

فرزند دلبندم کیا



## پیشگفتار

کتاب پیش رو مقدمه‌ای برای ورود به مطالعه‌ی نظری فرایندهای تصادفی است که با نگاه به سرفصل “فرایندهای تصادفی” دوره کارشناسی ارشد رشته‌ی آمار در گرایش ریاضی نوشته شده است. تلاش شده است که مطالب سرفصل به صورت روان ارائه و همچنین موارد تکمیلی به آن اضافه شود. برای درک بهتر مطالب ارائه شده در این کتاب، آشنایی با مفاهیم بنیادی نظریه‌ی احتمال ضروری است. از این رو، در فصل اول کتاب مروری بر نظریه‌ی احتمال تا حدی که فهم مطالب فصل‌های بعدی را آسان کند، صورت گرفته است. مفاهیم پایه‌ای فرایندهای تصادفی، فرایندهای تفکیک‌پذیر و اندازه‌پذیر، فرایند پواسون، حرکت براونی و فرایندگوسی در فصل‌های بعدی معرفی شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در طول کتاب سعی شده است که مطالب با ذکر جزئیات ارائه شوند. خوانندگان می‌توانند، در صورت تمایل، بعد از مطالعه‌ی این کتاب برای فهم بیشتر و کامل فرایندهای تصادفی به مراجع ذکر شده در پایان هر فصل مراجعه کنند. بدون شک خلق هر اثری عاری از خطا و اشتباه نیست لذا از همه‌ی اشخاصی که این کتاب را مطالعه می‌کنند صمیمانه تقاضا می‌شود نظرها و پیشنهادهای خود را به رایانامه‌ی زیر ارسال نمایند. همچنین نویسنده از سرکار خانم دکتر فرزانه صفوی‌منش عضو محترم هیات علمی دانشگاه شهید بهشتی به‌خاطر ویراستاری کتاب صمیمانه تشکر و قدردانی می‌کند.

رامین کاظمی

گروه آمار، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

*r.kazemi@sci.ikiu.ac.ir*



# فهرست مطالب

## فهرست مطالب

۱	مروری بر نظریه‌ی احتمال	۱
۱	۱.۱ فضای احتمال	۱
۱۰	۲.۱ متغیر تصادفی	۱۰
۱۳	۳.۱ استقلال	۱۳
۱۵	۴.۱ امید ریاضی	۱۵
۲۴	۵.۱ امید ریاضی شرطی	۲۴
۲۹	۶.۱ همگرایی	۲۹
۳۲	۷.۱ تمرین‌ها	۳۲
۴۷	۲ مفاهیم پایه‌ای فرایندهای تصادفی	۴۷
۴۷	۱.۲ فرایند تصادفی	۴۷
۴۹	۲.۲ مسیرهای نمونه‌ای	۴۹
۵۳	۳.۲ فرایندهای تصادفی معادل	۵۳
۵۷	۴.۲ رده‌های اصلی فرایندهای تصادفی	۵۷
۶۵	۵.۲ برخی کاربردها	۶۵

۶۵	مدل یک فرایند جوانه زدن	۱.۵.۲
۶۷	مدل سازی اثر فرسایش خاک	۲.۵.۲
۶۸	مدل سازی پراکندگی در یک محیط متخلخل	۳.۵.۲
۶۹	صفها	۴.۵.۲
۷۱	تمرینها	۶.۲
۷۷	<b>۳ فرایندهای تصادفی تفکیک پذیر و اندازه پذیر</b>	
۷۷	تفکیک پذیری	۱.۳
۸۱	دو مثال	۲.۳
۸۴	مفاهیم پیوستگی	۳.۳
۸۹	ارتباط بین تفکیک پذیری و پیوستگی	۴.۳
۹۲	فرایندهای تصادفی اندازه پذیر	۵.۳
۹۶	تمرینها	۶.۳
۹۹	<b>۴ فرایند پواسون و انشعابهای آن</b>	
۹۹	مقدمه	۱.۴
۱۰۱	فرایند نقطه‌ای ساده روی $\mathbb{R}_+$	۲.۴
۱۱۰	فرایند پواسون	۳.۴
۱۱۸	زمان‌های ورود	۴.۴
۱۲۳	خاصیت مارکوفی فرایند پواسون و استلزامهای آن	۵.۴
۱۳۳	فرایند پواسون دوگانه (فرایند کاکس)	۶.۴
۱۳۷	تُنک سازی فرایند نقطه‌ای	۷.۴
۱۴۱	فرایندهای نقطه‌ای نشان دار	۸.۴
۱۴۵	مدل سازی سیلها (طغیانها)	۹.۴



۱۴۹	تمرین‌ها ۱۰.۴
۱۵۵	۵ حرکت براونی و فرایند گاوسی
۱۵۵	۱.۵ حرکت براونی
۱۶۳	۲.۵ مشتق نداشتن مسیرهای نمونه‌ای در هیچ‌جا و تغییرات درجه دوم آنها
۱۶۸	۳.۵ قانون لگاریتم مکرر
۱۷۹	۴.۵ خاصیت مارکوفی قوی
۱۹۱	۵.۵ اصل انعکاس و توزیع ماکسیمم
۱۹۴	۶.۵ فرایند گاوسی
۱۹۶	۱.۶.۵ فرایند گاوسی مارکوفی
۱۹۹	۲.۶.۵ فرایند گاوسی مانا
۲۰۱	۷.۵ تمرین‌ها
۲۱۳	موارد نام‌گذاری شده
۲۱۷	واژه‌نامه